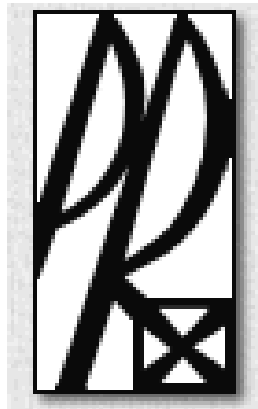


**POLITECHNIKA RZESZOWSKA**



**LABORATORIUM  
FIZYKI CIAŁA STAŁEGO**

Badanie zjawiska Halla

# Wprowadzenie do problematyki ćwiczenia

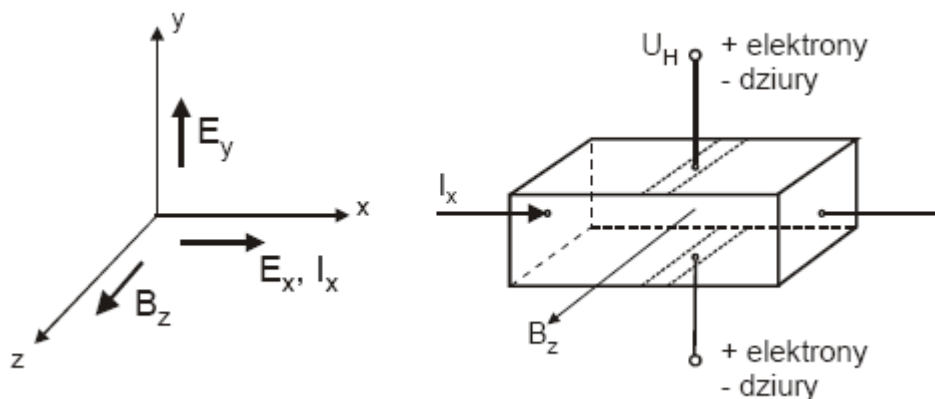
## Zjawisko Halla

Efekt Halla jest źródłem informacji o podstawowych właściwościach fizycznych, które charakteryzują badany materiał pod względem elektrycznym. Efekt ten odkrył E.H. Hall w 1879 roku podczas badań nad naturą sił działających na nośniki prądu w polu magnetycznym.

Jeżeli przewodnik, w którym płynie prąd elektryczny, znajduje się w polu magnetycznym o kierunku prostopadłym do kierunku przepływu prądu, to w przewodniku powstaje pole elektryczne, prostopadłe zarówno do kierunku przepływu prądu, jak i do kierunku pola magnetycznego.

Badanie zjawiska Halla, przeprowadzone w szerokim zakresie temperatur i połączone z pomiarem przewodności właściwej, pozwala określać ruchliwość nośników prądu, ich koncentrację, znak, typ rozpraszania, szerokość przerwy wzbronionej oraz położenie poziomu akceptorowego lub donorowego.

Prąd płynący w próbce można traktować jako ruch nośników o średniej prędkości unoszenia  $v_x$  w kierunku pola elektrycznego  $E_x$  (rysunek 1). W polu magnetycznym o indukcji  $B_z$ , prostopadłym do kierunku prądu, nośniki są odchylane w kierunku prostopadłym do  $B_z$  i  $v_x$ .



Rys. 1. Kierunki prądu, pola magnetycznego i pola Halla w próbce prostopadłościowej

Zgromadzony ładunek wytwarza pole elektryczne  $E_y$ , zwane również polem Halla. Gromadzenie się ładunku na jednej ze ścian bocznych próbki trwa dotąd, dopóki siła działająca na nośniki, pochodząca od pola elektrycznego  $E_y$ , nie zrównoważy siły pochodzącej od pola magnetycznego. Ma to miejsce wtedy, gdy składowa siły Lorentza w kierunku osi  $y$  jest równa zero:

$$F_y = e(E_y - v_x B_z) = 0 \quad (1)$$

Stąd

$$E_y = v_x B_z \quad (2)$$

Ponieważ gęstość prądu w kierunku osi  $x$ ,  $j_x = nev_x$ , to

$$E_y = \frac{1}{ne} j_x B_z = R_H j_x B_z \quad (3)$$

gdzie

$$R_H = \frac{1}{ne} \quad (4)$$

nazywamy stałą Halla. Stała Halla pozwala określać koncentrację nośników w próbce  $n$  oraz ich znak. Dla elektronów stała ta jest ujemna, natomiast dla dziur dodatnia.

Wzór (4) został wprowadzony przy założeniu, że prędkość dryfu nośników jest jednakowa dla wszystkich nośników prądu.

Z prawa Ohma wynika, że:

$$j_x = \sigma E_x = ne\mu_d E_x \quad (5)$$

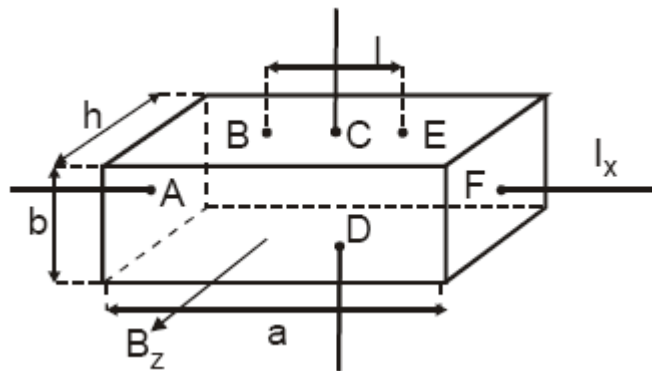
gdzie  $\sigma$  jest przewodnością właściwą próbki, a  $\mu_d$  ruchliwością nośników, zwaną ruchliwością dryfu. Podstawiając wyrażenie (5) do równania (3) otrzymamy:

$$E_y = R_H \sigma E_x B_z = A\mu_d E_x B_z \quad (6)$$

Iloczyn  $A\mu_d = \mu$  nazywany jest ruchliwością Halla. Ruchliwość tę można wyznaczyć z zależności:

$$\mu = \frac{E_y}{E_x} \frac{1}{B_z} \quad (7)$$

Najczęściej stosowaną metodą pomiaru ruchliwości jest metoda klasyczna. W metodzie tej stosuje się próbkę w kształcie prostopadłościennym (rysunek 2).



Rys. 2. Prostopadłościenna płytka do pomiaru ruchliwości metodą klasyczną

Elektrody prądowe A i F są podłączone do zewnętrznego źródła zasilania. Ze względu na to, że w pobliżu elektrod prądowych pole elektryczne może być niejednorodne, jak również ze względu na możliwość powstania złączy prostujących, do pomiaru spadku napięcia wzdłuż próbki stosuje się elektrody napięciowe B i E umieszczone w odległości  $l$  od siebie.

Po włączeniu pola magnetycznego o indukcji  $B_z$ , prostopadłego do powierzchni próbki i do kierunku przepływu pola elektrycznego, pomiędzy elektrodami C i D ustali się napięcie Halla  $U_H$ . Jest ono proporcjonalne do ruchliwości Halla  $\mu$ . Ruchliwość  $\mu$ , stała Halla  $R_H$  i przewodność właściwą  $\sigma$  obliczamy ze wzorów:

$$\mu = \frac{U_H}{U_c} \frac{1}{b} \frac{1}{B_z} = R_H \sigma \quad (8)$$

$$R_H = \frac{U_H}{J_x} \frac{h}{B_z} \quad (9)$$

$$\sigma = \frac{J_x}{U_c} \frac{1}{bh} \quad (10)$$

gdzie:

$U_H$  – napięcie Halla między sondami C i D,

$U_c$  – spadek napięcia między sondami napięciowymi B i E,

$l, b, h$  – wymiary zaznaczone na rysunku 2,

$J_x$  – natężenie prądu elektrycznego przepływającego przez próbkę.

Przy wprowadzeniu tych wzorów założono, że pole magnetyczne jest słabe, to znaczy

$$(\mu B_z)^2 \ll 1 \quad (11)$$

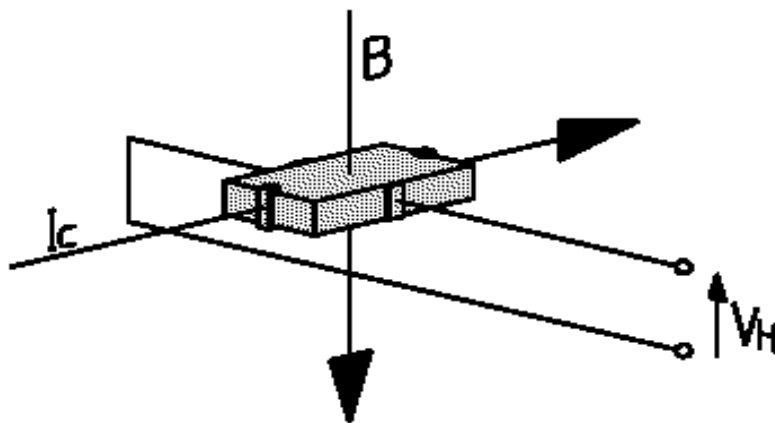
i gęstość prądu w całej próbce jest jednakowa. Aby ostatni warunek był spełniony, elektrody prądowe powinny mieć dużą powierzchnię, natomiast elektrody napięciowe powinny być punktowe.

Sondy Halla C i D powinny być ustawione na jednej linii ekwipotencjalnej tak, aby różnica potencjałów między nimi była równa zero, gdy  $B_z = 0$ . W przeciwnym przypadku, oprócz napięcia Halla, będzie istniało napięcie wynikające z nieekwipotencjalnego ustawienia sond. Napięcie to trzeba kompensować przy użyciu specjalnego układu elektrycznego.

Efekt Halla w półprzewodnikach można badać stosując stałoprądową technikę pomiarową. Przy pomiarze stałoprądowym napięcie Halla jest napięciem stałym, co uzyskuje się przez zastosowanie stałego pola elektrycznego i magnetycznego.

## Hallotron

Hallotron jest urządzeniem, którego zasada działania opiera się na klasycznym efekcie Halla. Najpopularniejszym jego zastosowaniem jest pomiar pola magnetycznego.



Hallotrony wykonywane są na bazie materiałów półprzewodnikowych (najczęściej arsenek indu InAs, antymonek indu InSb), z materiałów litych (german) oraz w technologii warstwowej. Ze względu na potrzeby metrologiczne (np.: pomiary pól w szczelinach), jak i racjonalnej konstrukcji określającej ich wysoką czułość, wykonywane są jako możliwie cienkie - ułamek milimetra, oraz wąskie - od 1 do 3 mm.

Zastosowanie:

- do pomiaru wielkości elektrycznych takich jak natężenie prądu, moc czy opór,
- do pomiaru wielkości innych niż elektryczne, np. kąt obrotu (na części wirującej zamocowany jest magnes współpracujący z nieruchomym hallotronem), przesunięcie, drgania mechaniczne, ciśnienie,
- w układach wykonujących operacje matematyczne i logiczne.

## Metodologia wykonania ćwiczenia

### Przebieg ćwiczenia

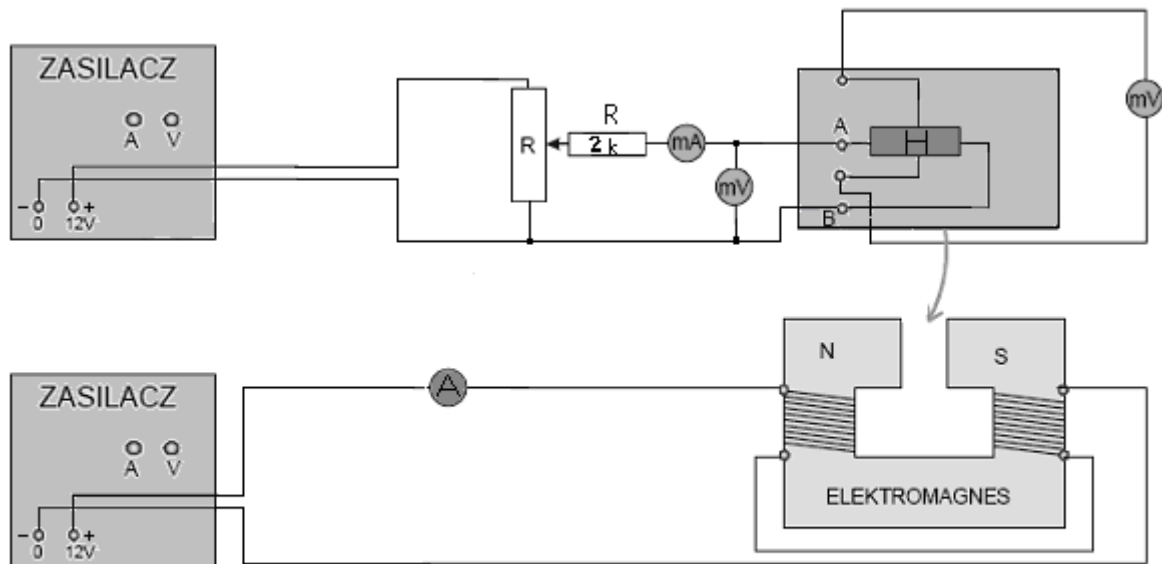
Celem ćwiczenia jest wyznaczenie parametrów mikroskopowych półprzewodników w oparciu o zjawisko Halla, jak również badanie wpływu różnych czynników na to zjawisko. Badając zjawisko Halla można wyznaczyć koncentrację nośników ładunku  $n$  i ich ruchliwość  $\mu$ .

**Spis przyrządów:**

Nazwa	Zakres	Błąd pomiaru
Amperomierz	4A	+/- (0,20%+4d)
Miliamperomierz	40mA	+/- (0,20%+4d)
Woltomierz	4V	+/- (0,6%+2d )
Woltomierz	400mV	+/- (0,6%+2d )
Dzielnik napięcia	-	-
Zasilacz	0-30V	-
Elektromagnes	-	-
Hallotron liniowy	-	-

Podane powyżej wielkości błędu pomiaru dla poszczególnych mierników zostały zaczerpnięte z instrukcji obsługi mierników. Przedstawiają one błędy bezwzględne, których podany zapis interpretujemy następująco: +/- ( % wartości mierzonej + wartość najmniej znaczącej liczby wyświetlanej na wyświetlaczu (czułość) pomnożonej przez podaną liczbę. Błąd względny pomiaru obliczamy z następującego wzoru:  $\delta x = (\Delta x / x) * 100\%$

## Schemat układu pomiarowego.



Rys. 2. Schemat układu pomiarowego

## Przebieg pomiarów

1. Badanie zależności napięcia Halla  $U_H$  od natężenia prądu  $I_s$  płynącego przez próbkę umieszczoną w stałym polu magnetycznym o indukcji  $B$  i w stałej temperaturze  $T$   
 **$U_H = f(I_s)$  przy  $B, T = \text{const.}$**

- włączyć zasilacz elektromagnesu i ustawić prąd  $I_e$  na wartość odpowiadającą indukcji w szczelinie 100mT (odczytać z wykresu)
- podłączyć układ pomiarowy do zasilacza hallotronu
- za pomocą zasilacza hallotronu krokowo zwiększać prąd  $I_s$  i dla kolejnych kroków odczytywać wartości napięcia  $U_H$  i prądu  $I_s$  aż do wartości tego prądu równej 2.5mA
- zmniejszyć napięcie zasilacza do zera

2. Badanie zależności napięcia Halla  $U_H$  od napięcia  $U$  na hallotronie przy stałym polu magnetycznym o indukcji  $B$  i w stałej temperaturze  $T$   
 **$U_H = f(U)$  przy  $B, T = \text{const.}$**

- za pomocą zasilacza hallotronu krokowo zwiększać prąd  $I_s$  i dla kolejnych kroków odczytywać wartości napięcia  $U_H$  i napięcia  $U$  aż do wartości napięcia  $U_H = 400\text{mV}$
- zmniejszyć napięcie zasilacza do zera

3. Badanie zależności napięcia Halla  $U_H$  od indukcji magnetycznej  $B$  w stałej temperaturze  $T$   
 **$U_H = f(B)$  przy  $I, T = \text{const.}$**  oraz badanie zmian przewodnictwa półprzewodnika w obecności pola magnetycznego

- zmniejszyć prąd elektromagnesu  $I_e$  do zera
- ustawić za pomocą zasilacza hallotronu prąd  $I_s = 1,5\text{mA}$
- za pomocą zasilacza elektromagnesu w kolejnych krokach zwiększać prąd  $I_e$  co 30mA, aż do 300mA, odczytując wartość tego prądu i napięcia  $U_H$  oraz napięcia  $U$ .
- ustawić prąd elektromagnesu na zero

## Tabele pomiarowe.

1. Pomiar napięcia Halla przy zmianie prądu hallotronu  $U_H = f(I_s)$  przy  $B, T = \text{const.}$

Lp.	$I_s$ [mA]	$U_H$ [mV]
1.		
2.		
3.		
4....		

Pomiar prądu  $I_s$  na zakresie 400mA z błędem  $\pm(0,20\%+4d)$

Pomiar napięcia  $U_H$  na zakresie 400mV z błędem  $\pm(0,6\%+2d)$

2. Pomiar napięcia Halla przy zmianie napięcia na hallotronie  $U_H = f(U_s)$  przy  $B, T = \text{const.}$

Lp.	$U_s$ [V]	$U_H$ [mV]
1.		
2.		
3.		
4....		

Pomiar napięcia  $U_H$  na zakresie 400mV z błędem  $\pm(0,06\%+2d)$

Pomiar napięcia  $U$  na zakresie 4V z błędem  $\pm(0,06\%+2d)$

3. Pomiar napięcia Halla oraz napięcia  $U_s$  na hallotronie przy zmianie indukcji  $B$ :  $U_H = f(B)$   
 $U_s = f(B)$ ,  $I, T = \text{const.}$  oraz

Lp.	$I_e$ [mA]	$U_H$ [mV]	$U_s$ [V]
1.			
2.			
3.			
4....			

Pomiar napięcia  $U_H$  na zakresie 400mV z błędem  $\pm(0,06\%+2d)$

Pomiar napięcia  $U_s$  na zakresie 4V z błędem  $\pm(0,06\%+2d)$

Pomiar prądu  $I_e$  na zakresie 400mA z błędem  $\pm(0,20\%+4d)$

4. Oszacować wymiary hallotronu.

## Obliczenia.

Z pomiarów  $U_H = f(I)$  przy  $B, T = \text{const.}$  można wyznaczyć koncentrację nośników ładunku  $n$  z następującego wzoru:

$$n = \frac{B * I_s}{e * d * U_h}$$

Lp.	$I_s$ [mA]	$\Delta I_s$ [mA]	$\delta I_s$ [%]	$U_H$ [mV]	$\Delta U_H$ [mV]	$\delta U_H$ [%]	$n$ [1/m <sup>3</sup> ]	$\Delta n$ [1/m <sup>3</sup> ]	$\delta n$ [%]
1.									
2.									
3.									
4...									

Stałą Halla  $R_H$  można wyznaczyć z zależności:

$$R_H = - \frac{1}{ne}$$

Z pomiarów  $U_H = f(U)$  przy  $B, T = \text{const.}$  można wyznaczyć ruchliwość ładunków  $\mu$  z następującego wzoru:

$$\mu = \frac{l * U_h}{U * c * B}$$

Lp.	$U$ [mV]	$\Delta U$ [mV]	$\delta U$ [%]	$U_H$ [mV]	$\Delta U_H$ [mV]	$\delta U_H$ [%]	$\mu$ [m/V*s]	$\Delta \mu$ [m/V*s]	$\delta \mu$ [%]
1.									
2.									
3.									
4...									

Graficznie możemy ją wyznaczyć korzystając z charakterystyki zmierzonej w punkcie 1.

$R_H$  jest współczynnikiem nachylenia prostej opisanej równaniem:

$$U_H = R_H * I * B / d,$$

gdzie  $d$  - grubość płytki półprzewodnika.

Narysować wykresy zależności:

$U_H = f(I_s)$ ,  $U_H = f(U_s)$ ,  $U_H = f(B)$   $U_s = f(B)$  po obliczeniu wartości  $B$  danej zależnością:

$$B \text{ [mT]} = 0,5677 I_e \text{ [mA]} + 1,5197.$$

Lp.	$I_e$ [mA]	$\Delta I_e$ [mA]	$B$ [mT]	$\Delta B$ [mT]	$U_H$ [mV]	$\Delta U_H$ [mV]	$U_s$ [V]	$\Delta U_s$ [V]
1.								
2.								
3.								
4...								



## Dyskusja błędów

Przy obliczaniu koncentracji należy uwzględnić błędy wynikające z:

1. Grubość warstwy hallotronu: niedokładność pomiaru  $\Delta d$
2. Indukcja: niedokładność odczytu z wykresu:  $\Delta B$
3. Prąd sterowania: niedokładność odczytu  $\Delta I_1$ , błąd wynikający z klasy przyrządu:  $\Delta I_2$

ostatecznie:  $\Delta I = \Delta I_1 + \Delta I_2$

Maksymalny błąd względny koncentracji oblicza się metodą różniczki logarytmicznej:

$$\ln(n) = \ln(I_s) + \ln(B) + \ln(U_h) + \ln(d)$$

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta I_s}{I_s} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta U_h}{U_h} + \frac{\Delta d}{d}$$

Błąd ruchliwości oblicza się analogicznie, uwzględniając dodatkowo:

1. Niedokładność długości warstwy hallotronu  $\Delta l$  oraz niedokładność szerokości warstwy hallotronu  $\Delta c$
2. Niedokładność pomiaru napięcia na hallotronie  $\Delta U$

$$\ln \mu = \ln l + \ln U_h + \ln U + \ln c + \ln B$$

$$\frac{\Delta \mu}{\mu} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta U_h}{U_h} + \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta c}{c} + \frac{\Delta B}{B}$$

## Literatura

- [1] Boncz-Brujewicz W.L., Kałasznikow S.G.: Fizyka półprzewodników. PWN, Warszawa 1985.
- [2] Wert Ch.A., Thomson R.M.: Fizyka ciała stałego. PWN, Warszawa 1974.
- [3] Ch. Kittel, *Wstęp do fizyki ciała stałego*, PWN, Warszawa, 1999.
- [4] A. Oleś, *Metody doświadczalne fizyki ciała stałego*, WNT, Warszawa, 1998.
- [5] R. Resnick, D. Halliday, *Fizyka*, t. II, PWN, Warszawa, 1998.