

Politechnika Rzeszowska  
im. Ignacego Łukasiewicza



Instrukcja do laboratorium 7

*POMIARY RLC - POMIARY POJEMNOŚCI*

## ZAWARTOŚĆ

---

Historia zmian.....	<b>Błąd! Nie zdefiniowano zakładki.</b>
Wprowadzenie .....	3
Podział kondensatorów .....	6
Pomiar pojemności metodą ładowania lub rozładowania kondensatora .....	7
Elementy składowe modułu PC-C .....	9
Przebieg ćwiczenia.....	10
Zadanie 1 .....	10
Zadanie 2 .....	10
Opracowanie wyników pomiarowych.....	11
Załącznik A: Tabele .....	12

## WPROWADZENIE

**Reaktancja** (ang. *reactance*) – nazywana także oporem biernym, w ogólności informuje o tym, jak bardzo dany element układu elektrycznego, taki jak cewka lub kondensator, próbuje „przeciwdziałać” zmianie parametrów prądu. Jednostką reaktancji jest om ( $\Omega$ ) i oznacza się ją symbolem  $X$ .

Aby wyznaczyć **reaktancję kondensatora**  $X_C$ , należy posłużyć się zależnością:

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} \quad (1)$$

gdzie:

$\omega$  – pulsacja prądu,

$C$  – pojemność kondensatora.

**Reaktancja cewki**  $X_L$  może zostać obliczona ze wzoru:

$$X_L = \omega L \quad (2)$$

gdzie:

$\omega$  – pulsacja prądu,

$L$  – indukcyjność cewki.

Każdy kondensator zbudowany jest z dwóch przewodzących okładek (elektrod), które rozdzielone są izolatorem elektrycznym (dielektrykiem). Po doprowadzeniu napięcia do okładek, gromadzi się na nich ładunek elektryczny, który – w efekcie oddziaływań elektrostatycznych – utrzymuje się także po odłączeniu źródła napięcia. W obwodach prądu stałego kondensator stanowi **przerwę**.

**Pojemność kondensatora** (ang. *capacitance*) – wielkość określająca zdolność kondensatora do magazynowania ładunku elektrycznego. Pojemność  $C$  wyrażona jest, jako iloraz ładunku zgromadzonego na jednej z okładek kondensatora przez napięcie elektryczne między okładkami:

$$C = \frac{Q}{U} \quad (3)$$

gdzie:

$C$  – pojemność kondensatora,

$Q$  – ładunek elektryczny,

$U$  – napięcie między okładkami kondensatora.

Jednostką pojemności jest farad (F). W zależności od kształtu kondensatora, jego pojemność może zostać wyznaczona na podstawie znajomości parametrów geometrycznych. Przykładowo, pojemność kondensatora płaskiego jest równa:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d} \quad (4)$$

gdzie:

$C$  – pojemność kondensatora,

$\epsilon_0$  – przenikalność elektryczna próżni,

$\epsilon_r$  – względna przenikalność elektryczna warstwy izolacyjnej,

$S$  – powierzchnia jednej okładki,

$d$  – odległość pomiędzy okładkami.

Pojemność kondensatora kulistego dana jest zależnością:

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r_1 r_2}{r_2 - r_1} \quad (5)$$

gdzie:

$C$  – pojemność kondensatora,  
 $\varepsilon_0$  – przenikalność elektryczna próżni,  
 $\varepsilon_r$  – względna przenikalność elektryczna warstwy izolacyjnej,  
 $r_1$  – promień wewnętrznej okładki,  
 $r_2$  – promień zewnętrznej okładki.

Z kolei pojemność kondensatora walcowego może zostać wyznaczona na podstawie równania:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_rl}{\ln r_2 - \ln r_1} \quad (6)$$

gdzie:

$C$  – pojemność kondensatora,  
 $\varepsilon_0$  – przenikalność elektryczna próżni,  
 $\varepsilon_r$  – względna przenikalność elektryczna warstwy izolacyjnej,  
 $l$  – długość okładek,  
 $r_1$  – promień wewnętrznej okładki,  
 $r_2$  – promień zewnętrznej okładki.

**Przenikalność elektryczna** (ang. *permittivity*) – parametr charakteryzujący własności elektryczne ośrodka. Najogólniej mówiąc, przenikalność elektryczna określa, w jakim stopniu przez dany ośrodek przenikają zjawiska elektryczne. Jednostką przenikalności elektrycznej jest farad na metr (F/m).

Przenikalność elektryczna próżni  $\varepsilon_0$  jest jedną ze stałych fizycznych. Jej wartość wynosi:

$$\varepsilon_0 = 8,854187817 \dots \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \quad (7)$$

W ośrodkach izotropowych przenikalność elektryczna definiowana jest, jako iloraz indukcji pola elektrycznego  $D$  przez jego wartość natężenia  $E$ :

$$\varepsilon = \frac{D}{E} \quad (8)$$

gdzie:

$\varepsilon$  – przenikalność elektryczna ośrodka,  
 $D$  – indukcja pola elektrycznego,  
 $E$  – natężenia pola elektrycznego.

Aby określić przenikalność elektryczną ośrodka  $\varepsilon$  często wykorzystuje się tzw. **przenikalność elektryczną względną**  $\varepsilon_r$ , bezwymiarową wielkość określającą ilokrotnie bezwzględna przenikalność ośrodka jest większa od przenikalności elektrycznej próżni  $\varepsilon_0$ :

$$\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0 \quad (9)$$

gdzie:

$\varepsilon$  – przenikalność elektryczna ośrodka,  
 $\varepsilon_r$  – względna przenikalność elektryczna ośrodka,  
 $\varepsilon_0$  – przenikalność elektryczna próżni.

Na podstawie wartości przenikalności względnej danego materiału dielektrycznego możliwe jest wyznaczenie pojemności  $C$  kondensatora wypełnionego tym materiałem w odniesieniu do pojemności  $C_0$  kondensatora próżniowego:

$$C = \varepsilon_r C_0 \quad (10)$$

gdzie:

$C$  – pojemność kondensatora z dielektrykiem,  
 $\varepsilon_r$  – względna przenikalność elektryczna ośrodka,  
 $C_0$  – pojemność kondensatora próżniowego.

Kondensatory można łączyć ze sobą równolegle lub szeregowo. W pierwszym przypadku (**połączenie równoległe**) pojemność zastępcza  $C_z$  wynosi:

$$C_z = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i \quad (11)$$

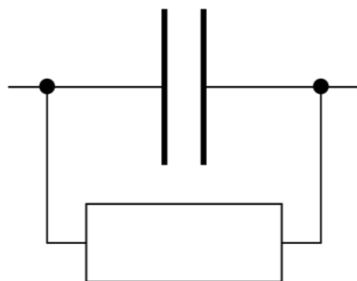
Przy **połączeniu szeregowym** pojemność zastępczą  $C_z$  można wyznaczyć na podstawie zależności:

$$\frac{1}{C_z} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad (12)$$

**Tangens kąta stratności** – miara upływności kondensatora. W rzeczywistości, po odłączeniu źródła napięcia, kondensator nie jest w stanie utrzymywać ładunku w nieskończoność. Proces utraty energii (ładunku) w czasie, wynikający z ograniczeń konstrukcyjnych kondensatora i wykorzystanych do jego budowy materiałów, nazywany jest **upływnością**.

Aby lepiej oddać rzeczywiste właściwości kondensatora stratnego, najczęściej modeluje się go, jako równoległe połączenie kondensatora idealnego o pojemności  $C$  oraz opornika o rezystancji  $R$ , symbolizującego opór wewnętrzny kondensatora (rys. 1).

Energia zgromadzona w kondensatorze rozpraszana jest na rezystorze. Miarą jej strat jest tangens kąta stratności zdefiniowany jako:



**RYSUNEK 1** SCHEMAT ZASTĘPCZY KONDENSATORA STRATNEGO:  
RÓWNOLEGŁE POŁĄCZENIE POJEMNOŚCI I REZYSTANCJI.  
ŹRÓDŁO: [HTTPS://PL.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/KONDENSATOR](https://pl.wikipedia.org/wiki/Kondensator)

$$\tan \delta = \frac{1}{R\omega C} \quad (13)$$

gdzie:

$\tan \delta$  – tangens kąta stratności,  
 $R$  – rezystancja wewnętrzna kondensatora,  
 $\omega$  – pulsacja,  
 $C$  – pojemność kondensatora.

Warto zaznaczyć, że gdy  $R \rightarrow \infty$ , to  $\tan \delta \rightarrow 0$  i kondensator jest bezstratny (idealny). Wartość  $\tan \delta$  zazwyczaj podawana jest dla ściśle określonej częstotliwości pomiarowej.

## PODZIAŁ KONDENSATORÓW

---

Pod względem konstrukcyjnym kondensatory dzieli się na:

**Elektrolityczne** – kondensatory, w których jedna z okładek wykonana jest z elektrolitu. Drugą elektrodę stanowi najczęściej element wykonany z aluminium, tantalu lub niobu, natomiast warstwę dielektryczną – tlenek metalu. Kondensatory elektrolityczne cechują się większą pojemnością w odniesieniu do gabarytów niż inne rodzaje kondensatorów, a także niewielką rezystancją i indukcyjnością szeregową. Co ważne, ten typ kondensatorów wymaga prawidłowego spolaryzowania i małych częstotliwości. Do kondensatorów elektrolitycznych zaliczane są także tzw. **superkondensatory** o pojemnościach rzędu kilku tysięcy faradów.

**Foliowe** – kondensatory, których warstwę izolacyjną stanowi folia z tworzywa sztucznego. Elektrody takiego kondensatora często wykonywane są z folii metalowej, które są prasowane i zwijane wraz z folią dielektryka. Kondensatory foliowe cechują się niewielką upływnością i dużym napięciem przebicia, lecz niewielką pojemnością. Warto pamiętać, że ten typ kondensatorów pracuje prawidłowo przy dużych natężeniach prądu.

**Ceramiczne** – kondensatory zbudowane z jednej lub wielu płytek ceramicznych. Okładki stanowią napylone na płytki metaliczne warstwy. Cechą charakterystyczną materiałów ceramicznych, wykorzystywanych do konstrukcji kondensatorów tego typu, jest bardzo wysoka względna przenikalność elektryczna, dochodząca do kilkudziesięciu tysięcy. Dzięki temu możliwe jest budowanie kondensatorów o niewielkich rozmiarach, znikomej upływności i o dowolnej polaryzacji. Należy jednak pamiętać, że właściwości materiałów ceramicznych charakteryzują się nieliniową zależnością od warunków środowiskowych i napięcia.

**Powietrzne** – kondensatory, w których warstwę izolatora stanowi powietrze. Dobrze sprawdzają się przy wysokich częstotliwościach.

**Zmienne (nastawne, strojeniowe)** – kondensatory o regulowanej pojemności. Regulacja (strojenie) odbywa się poprzez zmianę wzajemnego położenia okładek kondensatora.

Kondensatory stosowane są, jako elementy układów zasilających, stabilizujących, ograniczających, filtrujących lub blokujących.

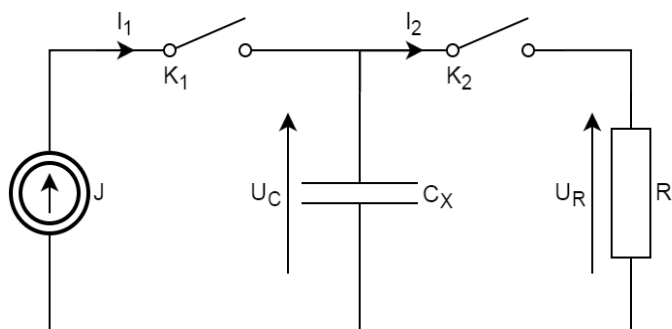
Każdy kondensator może zostać scharakteryzowany poprzez różne parametry techniczne, z których najważniejsze to **pojemność znamionowa** (podawana wraz z tolerancją) oraz dopuszczalne **napięcie znamionowe**.

Dobór wartości kondensatorów odbywa się w oparciu o tzw. **szereg wartości**. W ogólności, wartości nominalne seryjnie wytwarzanych produktów dobierane są z właściwej tabeli, której elementy stanowią szereg geometryczny. W elektronice stosowane są szeregi oznaczone literą **E** oraz liczbą, która określa ile elementów szeregu przypada na dekadę (tj. od 1 do 10, od 10 do 100 itd.). Przykładowo, w skład szeregu E6 w obrębie dekady od 10  $\mu\text{F}$  do 100  $\mu\text{F}$  wchodzi kondensatory o wartościach pojemności: 10  $\mu\text{F}$ , 15  $\mu\text{F}$ , 22  $\mu\text{F}$ , 33  $\mu\text{F}$ , 47  $\mu\text{F}$  oraz 68  $\mu\text{F}$ . Należy pamiętać, że liczba wartości w danym szeregu ściśle łączy się z tolerancją pojedynczego elementu. Omawiany w tym akapicie szereg E6 cechuje się tolerancją 20%, z kolei szereg E12 posiada tolerancję równą 10%, E24 – 5% itd.

Dielektryk umieszczony pomiędzy okładkami kondensatora posiada istotną cechę, nazywaną **napięciem przebicia**. Jeżeli kondensator zostanie naładowany do wartości przekraczającej napięcie przebicia, ładunek elektryczny „przeskoczy” z jednej elektrody na drugą poprzez warstwę izolatora, przez co potencjały obu okładek wyrównają się.

## POMIAR POJEMNOŚCI METODĄ ŁADOWANIA LUB ROZŁADOWANIA KONDENSATORA

Pomiar pojemności można przeprowadzić przy wykorzystaniu układu, którego schemat przedstawiono na rys. 2.



**RYСУNEK 2** UKŁAD UMOŻLIWIAJĄCY WYZNACZENIE POJEMNOŚCI KONDENSATORA POPRZECZ JEGO ŁADOWANIE LUB ROZŁADOWANIE:

$J$  – ŹRÓDŁO PRĄDOWE,  
 $K_1, K_2$  – KLUCZE,  
 $C_X$  – MIERZONA POJEMNOŚĆ,  
 $R$  – REZYSTOR O ZNANEJ REZYSTANCJI

Jeżeli klucz  $K_1$  zostanie zamknięty (przy otwartym kluczu  $K_2$ ), rozpocznie się ładowanie kondensatora o pojemności  $C_X$  stałym prądem ze źródła prądowego  $J$ . W drugim przypadku, tj. gdy klucz  $K_2$  zostanie zamknięty (przy otwartym kluczu  $K_1$ ), kondensator zacznie być rozładowywany przez stałą rezystancję  $R$ .

Jak zostało wspomniane, zamknięcie obwodu kluczem  $K_1$  spowoduje rozpoczęcie ładowania kondensatora. Po pewnym czasie zostanie on całkowicie naładowany, co oznacza, że na jego okładkach odłożony został ładunek  $q$  o wartości:

$$q = CU_C \quad (14)$$

gdzie:

$q$  – ładunek zmagazynowany przez kondensator,  
 $U_C$  – napięcie między elektrodami kondensatora,  
 $C$  – pojemność kondensatora.

Wiemy również, że przy ładowaniu kondensatora stałym prądem, napięcie na nim wzrasta liniowo zgodnie z zależnością:

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t I_C(\tau) d\tau \quad (15)$$

gdzie:

$I_C(\tau)$  – natężenie prądu płynącego przez kondensator w funkcji czasu.

Można założyć, że:

$$\int_{-\infty}^0 I_C(\tau) d\tau = 0 \quad (16)$$

natomiast w chwili  $t = 0$ , czyli w momencie zwarcia klucza  $K_1$ ,  $I_C(\tau) = I_1 = J = \text{const}$ , a zatem:

$$U_C = \frac{1}{C} \int_0^t I_C(\tau) d\tau = \frac{1}{C} I_1 \int_0^t d\tau = \frac{1}{C} I_1 t \quad (17)$$

Po przekształceniu zależności (17) możliwe jest wyznaczenie pojemności badanego kondensatora:

$$C = \frac{I_1 t}{U_C} \quad (18)$$

Jeżeli klucz  $K_1$  zostanie otwarty a klucz  $K_2$  zamknięty, kondensator – poprzez równolegle połączony opornik – zacznie tracić zmagazynowaną energię, czyli rozpocznie się jego rozładowywanie. Zmiana ładunku  $dq$  związana jest ze zmianą napięcia  $dU$  pomiędzy okładkami zależnością (19).

$$q - dq = C(U_0 - dU) \quad (19)$$

gdzie:

$U_0$  – wartość początkowa napięcia na kondensatorze.

Dokonując prostych przekształceń na wzorach (14) i (15), można wykazać, że:

$$dq = C dU \quad (20)$$

Prąd płynący przez opornik można wyrazić zależnością:

$$-dq = I dt \quad (21)$$

Z kolei zmiana napięcia w obwodzie jest równa (z prawa Ohma):

$$dU = R dI \quad (22)$$

Po połączeniu równań (16), (17) i (18) okazuje się, że:

$$\frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC} dt \quad (23)$$

Całkując stronami powyższe równanie można otrzymać:

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\frac{1}{RC} t \quad (24)$$

Zależność (24) można przekształcić do postaci umożliwiającej wyznaczenie pojemności  $C$ :

$$C = -\frac{1}{R \ln \frac{I}{I_0}} t \quad (25)$$

z kolei z prawa Ohma wynika, że:

$$I_0 = \frac{U_0}{R} \quad (26)$$

a zatem ostatecznie szukana pojemność jest równa:

$$C = -\frac{1}{R \ln \frac{RI}{U_0}} t = -\frac{1}{R \ln \frac{U}{U_0}} t \quad (27)$$

### Elementy składowe modułu PC-C

W skład modułu do pomiarów napięcia, natężenia i mocy w obwodach prądu stałego *PC-C* (rys. 3) wchodzi:

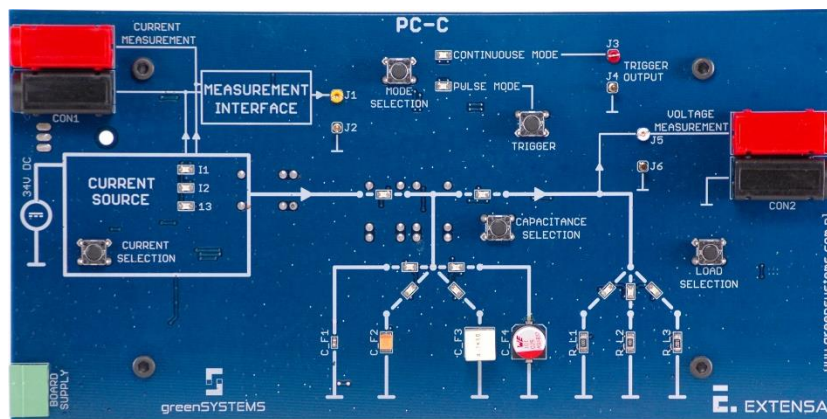
**Regulowane źródło prądowe** – wyjściowe natężenie prądu można ustawić na jedną z trzech wartości: 2,5 mA, 5 mA lub 10 mA. Zmian dokonuje się poprzez naciśnięcie przycisku *Current Selection*.

**Interfejs do pomiaru napięcia wyjściowego** – umożliwia pomiar napięcia na kondensatorze poprzez złącza J5 i J6 lub złącze CON2. Napięcia na tych złączach zawierają się w przedziale od 0 do 36 V (DC).

**Interfejs do pomiaru prądu źródła prądowego** – umożliwia dokładny pomiar wartości prądu ładowania kondensatora. Wzmocnienie interfejsu wynosi 2000 V/A.

**Cztery pojemności** – wybór konkretnej pojemności odbywa się za pomocą przełącznika *Capacity Selection*.

**Trzy rezystancje** – ich wartości wynoszą 100 Ω, 1000 Ω i 10000 Ω. Wyboru konkretnej rezystancji dokonuje się za pomocą przełącznika *Load Selection*.

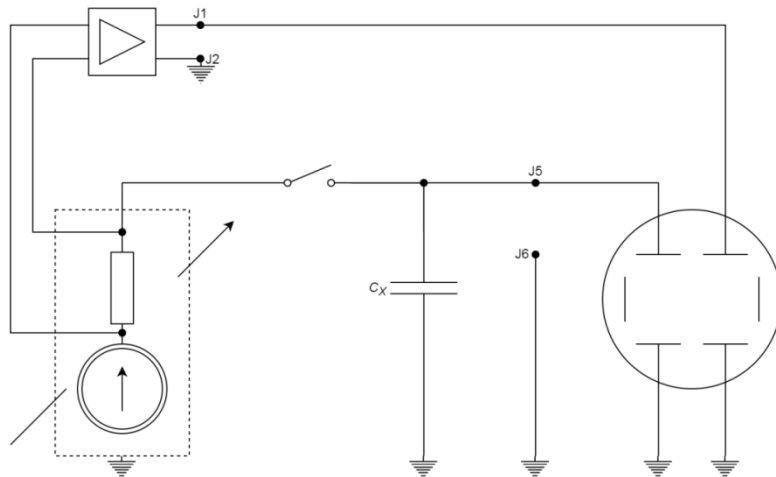


RYSUNEK 3 MODUŁ PC-C

## PRZEBIEG ĆWICZENIA

### ZADANIE 1

**Pomiary stałych czasowych w obwodzie ładowania kondensatora stałym prądem.** Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem przedstawionym na rysunku 4.



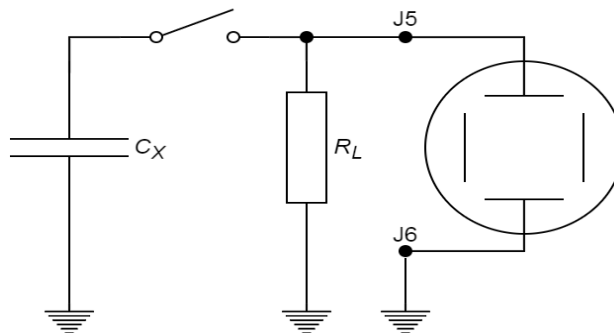
**RYСУNEK 4** POMIARY STAŁYCH CZASOWYCH W OBWODZIE ŁADOWANIA KONDENSATORA STAŁYM PRĄDEM – SCHEMAT UKŁADU POMIAROWEGO

Dokonać pomiaru prądu ładowania kondensatora oraz napięcia na kondensatorze podczas jego ładowania w trybie *Pulse Mode*, i/lub *Continuous Mode*. Powtórzyć pomiar dla każdej kombinacji prądu ładowania i pojemności.

Zanotować w tabeli czas ładowania kondensatora  $t$ , wartość napięcia do jakiej został naładowany  $U_c$  oraz wartość prądu ładowania  $I_1$ . Oszacować błąd graniczny pomiaru w celu wyliczenia niepewności typu B.

### ZADANIE 2

**Pomiary stałych czasowych w obwodzie rozładowania kondensatora przez stałą rezystancję.** Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem przedstawionym na rysunku 5.



**RYСУNEK 5** POMIARY STAŁYCH CZASOWYCH W OBWODZIE ROZŁADOWANIA KONDENSATORA PRZEZ STAŁĄ REZYSTANCJĘ – SCHEMAT UKŁADU POMIAROWEGO

Dokonać pomiaru napięcia na kondensatorze oraz czasu, w którym napięcie to osiągnęło minimum swojej wartości podczas rozładowania w trybie *Pulse Mode* i/lub *Continuouse Mode*. Powtórzyć pomiar dla każdej kombinacji rezystancji obciążenia i pojemności.

W tabeli zanotować czas rozładowania kondensatora  $t$  do wartości napięcia minimalnego, wartość napięcia minimalnego oraz wartość napięcia  $U_0$ , do którego został naładowany kondensator. Oszacować błąd graniczny pomiaru w celu wyliczenia niepewności typu B. Wyniki zanotować w tabeli 2.

## OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIAROWYCH

---

1. Na podstawie uzyskanych wyników wyliczyć pojemność kondensatorów mierzonych metodą ładowania prądem stałym oraz rozładowywania prądem stałym.
2. Oszacować niepewność pomiarową typu B wyznaczenia pojemności dla każdej z metod.
3. Porównać wyniki otrzymane z obydwu metod.
4. Opisać wady i zalety obu zaprezentowanych i wykorzystanych metod pomiaru pojemności.
5. Podać przykłady innych metod umożliwiających pomiar pojemności.

## ZAŁĄCZNIK A: TABELE

**TABELA 1** POMIARY STAŁYCH CZASOWYCH W OBWODZIE ŁADOWANIA KONDENSATORA STAŁYM PRĄDEM

Kondensator	Wybrany prąd ładowania	$I_1$ - zmierzony prąd ładowania	Szacowany błąd graniczny pom. I	$U_c$ – napięcie max. na kondensatorze	Szacowany błąd graniczny pom. U	t- czas ładowania	Szacowany błąd graniczny pom. t	Wyznaczona pojemność C	Niepewność typu B $U_B(C)$
	mA	mA	mA	V	V	ms	ms	$\mu F$	$\mu F$
$C_1$	2,5								
$C_2$									
$C_3$									
$C_4$									
$C_1$	5								
$C_2$									
$C_3$									
$C_4$									
$C_1$	10								
$C_2$									
$C_3$									
$C_4$									

**TABELA 2** POMIARY STAŁYCH CZASOWYCH W OBWODZIE ROZŁADOWANIA KONDENSATORA PRZEZ STAŁĄ REZYSTANCJĘ –  
PRZYKŁADOWA TABELA PODSUMOWUJĄCA ZEBRANE DANE POMIAROWE.

Kondensator	Rezystancja	Napięcie na kondensatorze w chwili rozpoczęcia rozładowywania $U_0$	Napięcie na kondensatorze po czasie $t$	Szacowany błąd graniczny pom. $U$	$t$ - czas rozładowania	Szacowany błąd graniczny pom. $t$	Wyznaczona pojemność $C$	Niepewność typu B $U_B(C)$
	$\Omega$	V	V	V	ms	ms	$\mu F$	$\mu F$
$C_1$	100							
$C_2$								
$C_3$								
$C_4$								
$C_1$	1k							
$C_2$								
$C_3$								
$C_4$								
$C_1$	10k							
$C_2$								
$C_3$								
$C_4$								