

Wyznaczenie stałej siatki dyfrakcyjnej

Wymagania do ćwiczenia

1. Dyfrakcja i interferencja światła
2. Dyfrakcja typu Fraunhofera na szczelinie
3. Wprowadzenie do ćwiczenia „Dyfrakcja światła na szczelinie”

Literatura

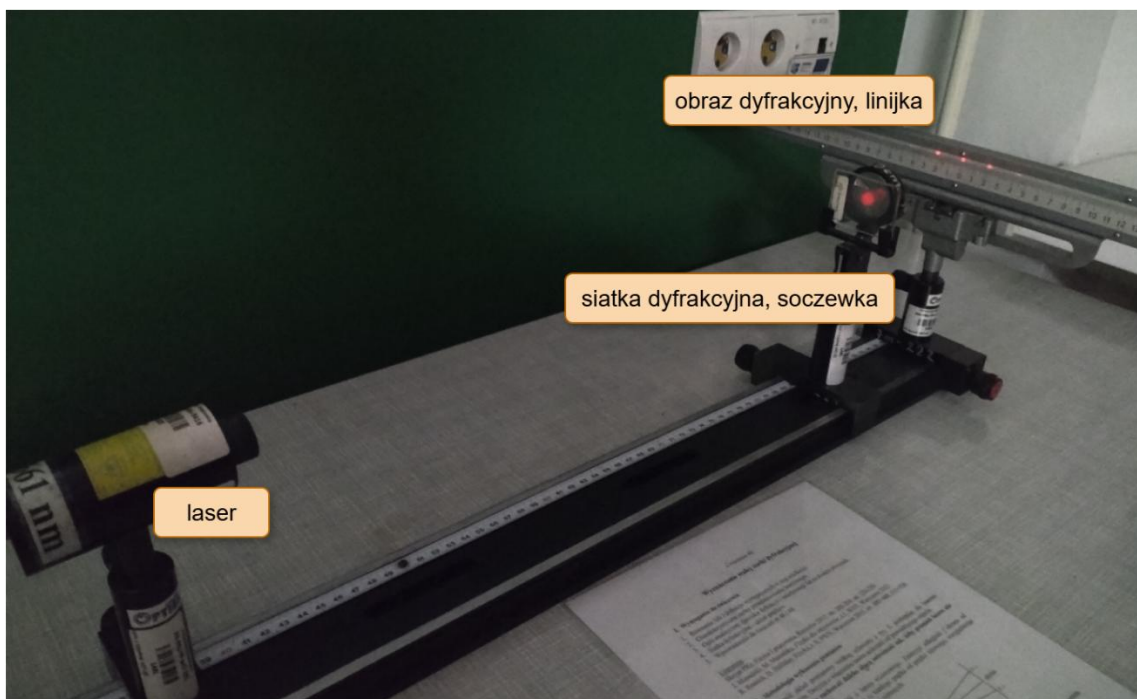
1. R. Resnick, D. Halliday, *Fizyka*, t. II, PWN, Warszawa 1998, str 480 – 488, 511 – 530
2. Openstax Fizyka dla szkół wyższych. Tom 3, Optyka Rozdział 3. Interferencja, Rozdział 4. Dyfrakcja.

Przykładowe pytania

1. Czym jest światło?
2. W jakim zakresie długości fal zawiera się widzialny dla człowieka przedział fal elektromagnetycznych?
3. Co to jest siatka dyfrakcyjna?
4. Podać dla przykładowej siatki dyfrakcyjnej dla zakresu widzialnego fal elektromagnetycznych wartości liczby szczelin na milimetr.
5. Jakie cechy światła powodują efekty obserwowane po przejściu przez siatkę dyfrakcyjną?
6. Co to jest dyfrakcja światła?
7. Co to jest interferencja światła?
8. Co to jest dyfrakcja typu Fraunhofera na szczelinie?
9. Jaki jest warunek na uzyskanie maksimum w obrazie wytworzonym przez siatkę dyfrakcyjną?
10. Jaka jest zależność liczby maksimumów głównych obserwowanych w obrazie wytworzonym przez siatkę dyfrakcyjną od geometrii siatki? Zależność (6).

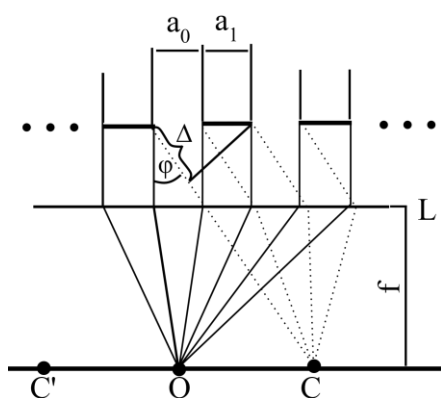
Przyrządy pomiarowe / Stanowisko pomiarowe

Laser, siatka dyfrakcyjna, soczewka



WPROWADZENIE DO TEMATYKI ĆWICZENIA

Siatką dyfrakcyjną (transmisyjną) nazywamy płytkę szklaną na którą „naniesiono” szereg szczelin wzajemnie równoległych, oraz rozdzielających je przyston. Wszystkie szczeliny mają identyczną szerokość. Nieco szersze ale także jednakowej szerokości przystony. To „nanoszenie” szczelin i przyston polega na zarysowaniu powierzchni płytki szklanej rysikiem diamentowym w równych odstępach. Rysy stanowią przystony zaś odległości między nimi są szczelinami. Współcześnie siatki dyfrakcyjne wykonuje się techniką trawienia elektronowego.



Rys. 1. Schemat siatki dyfrakcyjnej.

Rysunek 1 przedstawia element siatki dyfrakcyjnej, której szerokość szczelin jest a_0 zaś szerokość przyston a_1 . Wielkość $b = a_0 + a_1$ nazywa się **stałą siatki dyfrakcyjnej**. Niech liczba wszystkich szczelin będzie N . Jeżeli na długości jednego milimetra można wykonać 1000 szczelin to siatka o długości 2 cm będzie miała 20 000 szczelin. Oświetlając siatkę równoległą wiązką światła monochromatycznego o długości fali λ otrzyma się obraz będący wynikiem:

1. Interferencji światła ze wszystkich N szczelin, oraz
2. dyfrakcji na każdej szczelinie.

Rysunek 1 przedstawia tworzenie obrazu w ujęciu Fraunhofera tzn. skupieniu wszystkich ugiętych na siatce wiązek, objętych soczewką L o ogniskowej f , w tylnej płaszczyźnie ogniskowej tej soczewki. Dla ustalenia uwagi rysunek przedstawia tylko wiązki nie ugięte (równoległe do osi optycznej soczewki), które skupiają się w punkcie O , czyli w ognisku soczewki, oraz wiązki ugięte pod kątem ϕ , które skupiają się w punkcie C . Wiązki ugięte pod kątem $(-\phi)$ skupiłyby się w punkcie C' , przy czym $C'O = OC$.

Różnica dróg optycznych światła opuszczającego dwie sąsiednie szczeliny, ugiętego pod kątem ϕ wynosi $\Delta = (a_0 + a_1) \cdot \sin\phi = b \cdot \sin\phi$, do daje różnicę faz tych wiązek:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} b \cdot \sin\phi \quad (1)$$

Różnica faz między wiązkami z kolejnych szczelin jest całkowitą wielokrotnością δ .

W wyniku interferencji amplituda wypadkowa drgań w tylnej płaszczyźnie ogniskowej soczewki L , w punkcie C , jest funkcją tej różnicy faz $E = f(\delta)$, a zatem kąta ugięcia ϕ tj.

$$E = f(\phi). \quad (2)$$

Jeżeli:

1. $\delta = \pm k2\pi$, gdzie $k = 0, 1, 2, 3 \dots$ to wszystkie N wiązek ugiętych pod kątem ϕ spotyka się w punkcie C w fazach zgodnych, wypadkowa amplituda $A = NE$, gdzie E jest amplitudą natężenia światła od każdej

szczeliny siatki. Natężenie światła w C jest proporcjonalnie do kwadratu amplitudy, a zatem $I \propto N^2 E^2$. Położenia kątowne tych maksimów otrzymamy porównując zależność (8) z warunkiem zgodności faz,

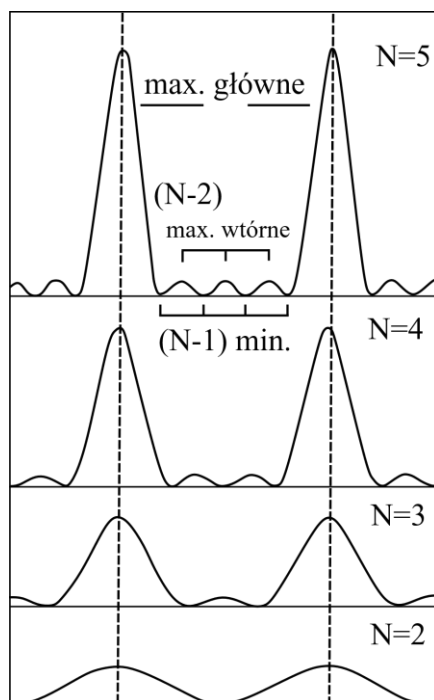
$\frac{2\pi}{\lambda} b \cdot \sin(\varphi_k) = k2\pi$ z którego otrzyma się:

$$\sin(\varphi_k) = k \frac{\lambda}{b} \quad (3)$$

W tych miejscach powstają maksima główne siatki dyfrakcyjnej.

2. Wektor amplitudy $\vec{E} = 0$ gdy \vec{E}_i tworzą zamkniętą linię łamaną, a zatem $\delta_N = N\delta = k2\pi$ z czego wynika $\delta = \pm k \frac{2\pi}{N}$ gdzie $k = 0, 1, 2, 3 \dots$ lecz $k \neq N, 2N, 3N \dots$ ponieważ to daje warunek (1). Współrzędne kątowne minimów otrzymuje się porównując (1) z warunkiem na $\vec{E} = 0$ tj. $\frac{2\pi}{\lambda} b \cdot \sin(\varphi) = k \frac{2\pi}{N}$ z czego wynika:

$$\sin(\varphi_k) = k \frac{\lambda}{bN} \quad (4)$$



Rys. 2. Obraz interferencyjny z siatek dyfrakcyjnych o N szczelinach.

Z warunków (3) i (4) wynika, że dwa maksima główne rozdzielone są $(N - 1)$ minimami. Te minima oddzielone są od siebie maksimami wtórnymi, których jest $(N - 2)$. Dla $(N \gg 1)$, co spełnia każda siatka dyfrakcyjna, $I_{wtórne} \approx 0,04I_{główne}$. Wynika to z analitycznego opisu interferencji wiązek ugiętych na N szczelinach.

Na rysunku 2 przedstawiono **obraz interferencyjny** tworzony przez siatki dyfrakcyjne o $N = 5, N = 4, N = 3, N = 2$ szczelin.

Rysunek 3 przedstawia jak z obrazu interferencyjnego (a) o rozkładzie natężeń $I_1(\varphi)$ oraz obrazu dyfrakcyjnego (b) na każdej szczelinie (wszystkie są identyczne ponieważ identyczne są szczeliny) o rozkładzie

natężień $I_2(\varphi)$ powstaje obraz wypadkowy produkowany przez siatkę dyfrakcyjną o $N=4$ oraz $\frac{b}{a_0} = 3$, którego rozkład natężenia $I(\varphi) = I_1(\varphi) \cdot I_2(\varphi)(c)$.

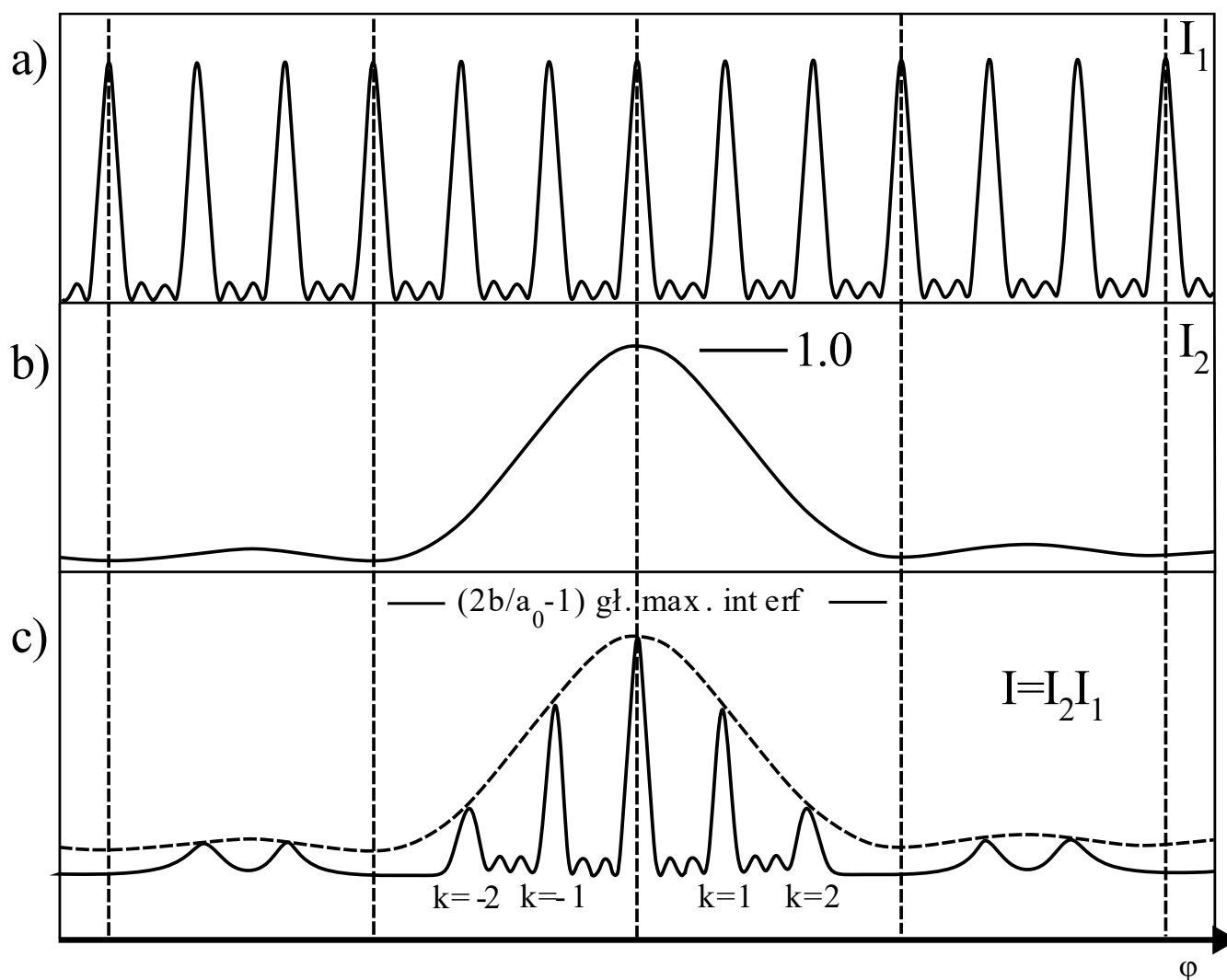
Położenie kątowne minimów obrazu dyfrakcyjnego (b) o rozkładzie natężenia I_2 określa warunek:

$\sin\varphi_k = \pm k \frac{\lambda}{a_0}$. Pierwsze dwa minima obrazu dyfrakcyjnego mają położenie kątowne

$$\sin\varphi_1 = \pm \frac{\lambda}{a_0}$$

ale temu samemu φ_1 odpowiada głównie maksimum obrazu I_1 dla

$$\sin\varphi_1 = k \frac{\lambda}{b}$$



Rys. 3. Obraz interferencyjny (a) o rozkładzie natężenia $I_1(\varphi)$ oraz obraz dyfrakcyjny (b) na każdej szczeliny o rozkładzie natężenia $I_2(\varphi)$ powstaje obraz wypadkowy (c) produkowany przez siatkę dyfrakcyjną o $N=4$.

Z porównania tych położenia kątownych obu obrazów wynika, że $k = \frac{b}{a_0}$. Jeżeli zatem $\frac{b}{a_0}$ jest liczbą całkowitą, to główne maksimum obrazu I_1 , rzędu $k = \frac{b}{a_0}$ przypada na równe zero minimum krzywej I_2 i dlatego znika,

ponieważ natężenie wypadkowe $I = I_1 \cdot I_2$. W podanym przykładzie $\frac{b}{a_0} = 3$, a zatem co trzecia linia głównego maksimum interferencyjnego zostaje wygaszona,

$$\sin\varphi_k = \pm k \frac{\lambda}{a_0}$$

Ponieważ maksima dyfrakcyjne między $\pm \frac{\lambda}{a_0}$ i $\pm 2 \frac{\lambda}{a_0}$ posiadają natężenia zaledwie 0,05 natężenia maksimum głównego, są zbyt słabe, żeby były widoczne. Wszystko zatem co widzimy z obrazu interferencyjnego siatki dyfrakcyjnej jest zawarte w głównym maksimum dyfrakcyjnym, co zostało przedstawione na ostatnim rysunku (c). W obrębie głównego maksimum dyfrakcyjnego obserwujemy $n = \left(2 \frac{b}{a_0} - 1\right)$ głównych maksimów interferencyjnych, z których centralne, dla $k=0$, odpowiada wiązkom nieugiętym; k nazywane jest rzędem widma.



Średnia ważona

W sytuacji gdy dysponujemy szeregiem wartości y_k charakteryzujących się różnymi niepewnościami $u(y_k)$, ostateczny wynik obliczyć metodą średniej ważonej, jako wagi w_k przyjmując odwrotności kwadratów niepewności składowych:

$$y_{\text{sr}} = \frac{\sum_{k=1}^n w_k \cdot y_k}{\sum_{k=1}^n w_k} \quad \text{gdzie} \quad w_k = \frac{1}{[u(y_k)]^2} \quad (5)$$

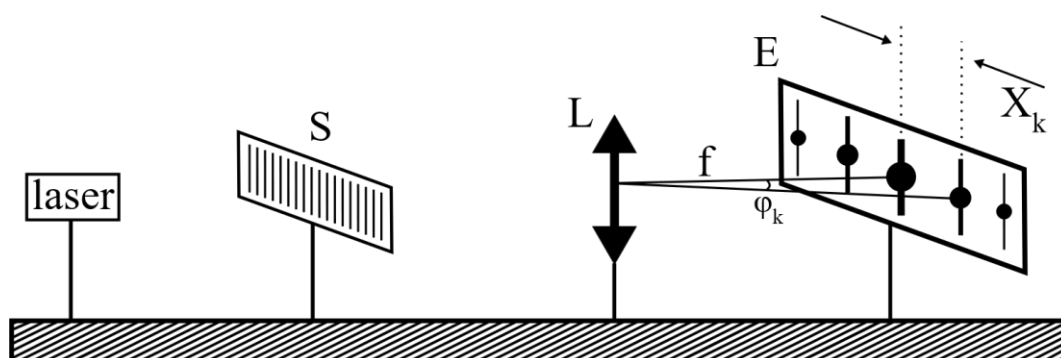
Niepewność tak wyznaczonej średniej można obliczyć dzięki zastosowaniu prawa przenoszenia niepewności do powyższego wzoru, co daje:

$$u(y_{\text{sr}}) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{k=1}^n w_k}} \quad (6)$$



Opis pomiarów

Układ pomiarowy składa się z ławy optycznej, na której zamocowane są: laser – dający skolimowaną wiązkę światła monochromatycznego, siatka dyfrakcyjna S , soczewka skupiająca L oraz ekran E .



Rys. 4. Schemat układu doświadczalnego. S – siatka dyfrakcyjna, L – soczewka skupiająca o ogniskowej f ; E – ekran, φ_k – kąt ugięcia wiązki dla k -tego maksimum, x_k – odległość k -tego maksimum od maksimum głównego o numerze $k = 0$.

Obraz wytworzony przez siatkę dyfrakcyjną obserwujemy na ekranie umieszczonym w tylnej płaszczyźnie ogniskowej soczewki L . Spełniony jest więc warunek:

$$\frac{x_k}{\sqrt{x_k^2 + f^2}} \equiv \sin \varphi_k = \frac{k\lambda}{b}$$

Z tej równości otrzymujemy wartość stałej siatki b równą:

$$b = \frac{k\lambda \cdot \sqrt{x_k^2 + f^2}}{x_k} \quad (7)$$

W obrazie powstającym w tylnej płaszczyźnie ogniskowej soczewki L policzyć ile maksimumów głównych n mieści się w głównym maksimum obrazu dyfrakcyjnego.

Z zależności:

$$2 \frac{b}{a_0} - 1 = n \quad (8)$$

wyliczyć przybliżoną szerokość szczelin a_0 siatki dyfrakcyjnej.

Gdyby w miejsce soczewki sferycznej użyć soczewki cylindrycznej na ekranie E zamiast punktów uzyskalibyśmy odcinki o wysokości równej długości oświetlonej części rys siatki dyfrakcyjnej.



Metodologia wykonywania pomiarów

- Zestawić układ pomiarowy według schematu z rys. 4, postępując się laserem wzorcowym. Decyzję o włączeniu lasera uzależnić od prowadzącego zajęcia. **Po włączeniu zachować daleko idącą ostrożność tak, żeby promień lasera nie dostał się do oka.** Odczytać długość fali λ lasera wzorcowego. Przesunąć soczewkę w celu uzyskania jak najbardziej ostrego obrazu prążków na ekranie. Za pomocą pokrętła przesunąć linijkę ekranu tak, aby pozycja $x = 0$ znalazła się w miejscu najjaśniejszego prążka zerowego. Zmierzyć odległość f ekranu od soczewki oraz odległości x_k każdego prążka od prążka zerowego, uwzględniając prążki o numerach dodatnich i ujemnych.
- Wyniki pomiarów zapisać w tabelce.



Tabela pomiarowa

λ [nm]	k	x_k [cm]	f [cm]	n [-]	b_k [m]	$u(b_k)$ [m]	b_{sr} [m]	$u(b_{sr})$ [m]	b/a_0 [-]	a_0 [m]
	1									
	2									
	3									
	-1									
	-2									
	-3									



Obliczenia

- Dla wszystkich obserwowanych k rzędów widma wyliczyć stałą b siatki ze wzoru (7).
- Oszacować niepewności $u(f)$, $u(x_k)$ metodą typu B.
- Obliczyć niepewności $u(b_k)$ dla każdego rzędu k prążka metodą przenoszenia niepewności bazując na wzorze (7):

$$u(b_k) = \sqrt{\left[\frac{\partial b}{\partial f} u(f)\right]^2 + \left[\frac{\partial b}{\partial x_k} u(x_k)\right]^2}$$

Wyznaczyć i podać pochodne w powyższym wzorze.

- Ponieważ niepewności $u(b_k)$ są różne, obliczyć średnią stałą siatki b_{sr} oraz jej niepewność $u(b_{sr})$ metodą średniej ważonej według wzorów (5) i (6).

5. Z zależności (8) oszacować szerokość szczelin a_0 oraz stosunek b/a_0 .
6. Obliczyć niepewność $u(a_0)$ metodą przenoszenia niepewności.
7. Postępując się wartościami b i a narysować schematyczny profil mierzonej siatki dyfrakcyjnej, zachowując proporcje (Uwaga: chociaż a_0 jest szerokością szczeliny, to stała siatki b nie jest szerokością przestony).

██████████ ██████████ ██████████
przestona szczelina